УДК 550.831+838

Ю. Дубовенко, канд. фіз.-мат. наук, ст. наук. співроб.
E-mail: nemishayeve@ukr.net
Інститут геофізики ім. С.І. Субботіна
Національної Академії Наук України,
к. 304, пр. Палладіна, 32, Київ-142, Україна

ПРО ОДНОЗНАЧНІСТЬ ОБЧИСЛЕННЯ НАБЛИЖЕНЬ БАГАТОШАРОВИХ ГУСТИННИХ КОНТАКТІВ

(Рекомендовано членом редакційної колегії чл.-кор. НАН України, д-ром фіз.-мат. наук, проф. М.А. Якимчуком)

Мета статті – отримати математичні конструкції для геологічних об'єктів типу синкліналей та антикліналей, обґрунтувати єдиність оберненої задачі відновлення аналітичних моделей горизонтально-шаруватого геологічного середовища з кількома густинними межами розділу для цих конструкцій у визначеному заздалегідь класі Чорного контактних поверхонь та апробувати розроблену методику для їх ітераційного обчислення. Сукупність цих двох моделей утворює нову уточнену постановку оберненої задачі гравіметрії для контактної поверхні. Це необхідно для покращення відомих процедур підбору у розв'язанні обернених задач гравітаційних і магнітних полів.

Обернена задача визначення контакту у горизонтально-шаруватому середовищі з кількома густинними межами зведена до розв'язання нелінійного інтегрального рівняння, яке описує контакт, обмежений заданими сталими асимптотами у плоскій області. Проте у такій постановці практика обчислень ускладнюється проблемою еквівалентності розв'язків.

Для цієї моделі наведені дві теореми розділення полів – для випадку кількох однозв'язних об'ємів і для випадку кількох шарів, що не перетинаються. Теореми єдиності засновані на теоремах розділення полів, які дозволяють звести розв'язок оберненої задачі за сумарним зовнішнім полем n об'єктів (рудних тіл, меж розділу шарів) до розв'язку оберненої задачі для окремих об'єктів – за значеннями поля від цих геологічних об'єктів.

Вказано чисельні схеми для визначення початкового наближення густинного контакту у багатошаровому геологічному середовищі. Ці алгоритми формально співпадають на першому кроці ітерацій. Аналогічні схеми на основі ітераційної конструкції Чебишева запропоновані і для ітераційного уточнення поведінки "асимптот" контакту.

Здійснено моделювання синтезованих початкових наближень антикліналей" і "синкліналей" за цими алгоритмами. Вказано альтернативний спосіб обчислень, який базується на визначенні різних моментів кривої контакту. Для обчислення інтегралу отримано відповідний вираз у скінченних квадратурах.

За результатами моделювання виявлено, що нові аналітичні конструкції для обчислення багатошарових контактів при їх чисельному моделюванні за способом Ньютона швидше збігаються порівняно із класичними методами обчислень контакту. Їхню стійкість на даних великої розмірності доцільно перевірити на польових даних. Спроби обійтися грубими наближеннями успіху не мали: збіжність на порядок менша та досить сумнівний геологічний зміст.

Ключові слова: теорія потенціалу, аналітична модель, контактна задача, класи контактних поверхонь, розділення гравітаційних полів, моделювання.

Постановка проблеми. У рамках перебудови аналітичної бази теорії потенціальних полів визначено аналітичні моделі гравітаційного поля та складно побудованого горизонтально-шаруватого геологічного середовища [5]. Перша модель отримана з еквівалентного зображення рівняння сили тяжіння [7], який випливає з аналізу плоского нормального потенціалу сили тяжіння у локальному околі точки вимірювань. Хоча можливий і інший підхід до розробки аналітичних конструкцій поля [9]. Друга модель формалізована обмеженнями, властивими класу Чорного контактних поверхонь. Ці моделі виросли з нових підходів до чисельного обґрунтування методів обробки великих обсягів геофізичної інформації. Сукупність цих двох моделей утворює *нову постановку* оберненої задачі гравіметрії для контактної поверхні.

Аналіз публікацій. Визначення контакту у відомих моделях середовища [8] трактується як обчислення різниці відхилень деякої теоретичної моделі середовища від заданого її опорного елемента, від якого ці відхилення не надто великі. Але при цьому постулюється наявність апріорної інформації про елементи геометрії (глибину, форму, орієнтацію) цього опорного елемента моделі для формування початкових наближень. Вдалий вибір початкових наближень досі визначає успіх ітераційних алгоритмів підбору [2].

Для горизонтально-шаруватого середовища з кількома густинними межами шарів введено аналітичні моделі поля і геологічного середовища, в яких опорні елементи (глибина і асимптоти) розраховуються в процесі ітерацій. Ці розв'язки у вигляді нелінійних рівнянь справедливі „в малому", для локальних областей, розміри яких істотно залежать від розмірів аномальної області і точності апроксимації складових поля [4].

Мета статті. Обґрунтуванню єдності цих моделей у визначеному заздалегідь класі $Ch^{(1,\beta)}(-\infty,\infty)$ та апробації конструктивних алгоритмів для їх обчислення присвячена ця стаття.

Загалом єдиність розв'язку обернених задач гравіметрії гарантована лише в кількох класах аномальних джерел. Зокрема, для контактних задач однозначне визначення густини $\delta(\xi_1,\xi_3)$ і кусково-неперервної межі розділу середовищ $x_3(\xi_1)$ справедливе для класу Остромогильського $\mathrm{Ost}^{(1,\alpha)}(a,b)$, у якому

$$x_3(\xi_1)=\begin{cases}-h+\delta x_3(\xi_1), & \xi\in[a,b]\\ -h, & \xi_1\notin[a,b]\end{cases},\quad \delta x_3(a)=\delta x_3(b)=0 \quad (1)$$

$$\begin{aligned}&\left|\delta x_3(x_1)\right|\ge c(x_1-a)^{1+\alpha},\ a\le x_1\le a+\delta,\ \alpha>0\\ &\left|\delta x_3(x_1)\right|\ge c(b-x_1)^{1+\alpha},\ b-\delta\le x_1\le b,\ \alpha>0\end{aligned},\quad (2)$$

та Страхова $\mathrm{St}^{(1,\alpha)}(a,b)$, де

$$x_3(\xi_1)=\begin{cases}-h_1+\delta x_3(\xi_1), & \xi_1\in[a,b)\\ -h_2, & \xi_1=b\end{cases},\ \delta x_3(a)=0,\ h_1,h_2>0,\quad (3)$$

$$\begin{aligned}&\left|\delta x_3(\xi_1)\right|\ge a_1(\xi_1-a)^{1+\alpha},\ a\le\xi_1\le a+\delta,\ \alpha>0\\ &\left|\delta x_3(\xi_1)\right|\ge b_1(b-\xi_1)^{1+\alpha},\ b-\delta\le\xi_1\le b,\ \delta>0\end{aligned},\quad (4)$$

$c_1, c_2\in[a,b]$ – внутрішні або граничні точки відрізку $[a,b]$, а на нескінченному профілі

$$\begin{aligned}&z=z(\xi)=-h_1+\delta z(\xi),\quad \xi\in(-\xi_0,\xi_0),\\ &\left|z(\xi)-h_1\right|\le a_2|\xi|^{-\beta},\quad |\xi|\ge\xi_0,\\ &\left|z(\xi)-h_2\right|\le b_2|\xi|^{-\beta},\quad \beta>0,\end{aligned}\quad (5)$$

де $h_1,h_2>0$. Тут $z_S=z(c_0)=\sup\left\{\underset{[-\xi_0,\xi_0]}{\mathrm{extr}}\,z(\xi_1)\right\}$, $z_i=z(c_2)=\inf\left\{\underset{[-\xi_0,\xi_0]}{\mathrm{extr}}\,z(\xi_1)\right\}$ при $c_1,c_2\in[-\xi_0,\xi_0]$, $-z_S\le h_1$, $-z_i\le h_2$, $0<h_1<h_2$.

Зауваження 1. Підкласи $\mathrm{Ost}^{(1,\alpha)}_{(+)}$ і $\mathrm{Ost}^{(1,\alpha)}_{(-)}$ класу $\mathrm{Ost}^{(1,\alpha)}(a,b)$ можна вважати моделями антикліналей і синкліналей.

Загалом задача визначення контакту у горизонтально-шаруватому середовищі з кількома густинними межами зведена до розв'язання нелінійного інтегрального рівняння, яке описує контакт, обмежений заданими сталими асимптотами у плоскій області $G_2 \in Ch^{(1,\beta)}(-\infty,\infty)$ [5]:

$$u(x) = k\int_a^b \ln\frac{(\xi_1 - x_1)^2 + H^2}{(\xi_1 - x_1)^2 + x_3^2(\xi_1)}\,d\xi_1 . \qquad (6)$$

Однозначність відновлення контакту у цій задачі гарантована на класі Чорного $Ch^{(1,\beta)}(-\infty,\infty)$ за умов, що значення h (скінченна дуга кривої $z(\xi)$) і величина стрибка щільності $\Delta\delta = \delta_2 - \delta_1$ відомі. Клас $Ch^{(1,\beta)}(-\infty,\infty)$ визначено, як підклас Страхова, а саме, у класі (5) виділена горизонтальна смуга G^-, обмежена згори і знизу прямими $z_1 = h_1$, $z = h_2$, $0 < h_1 < h_2 < +\infty$. Цю смугу розділяє на два шари із густиною δ_1, δ_2 нескінченно гладка крива ∂G^- з асимптотою $z = h$, $h_1 < h < h_2$, зірчастою щодо нескінченно віддаленої точки. На смугу додатково накладена умова $|z(\xi) - h| \le k|\xi|^\alpha$, $\alpha > 0$, $|\xi| > \xi_0$, $z(\xi) \in \partial G$.

Така геометрія множини коректності дозволяє без зайвих ускладнень формувати початкові наближення для обчислення множин контактів. Проте у такій постановці практика обчислень ускладнюється проблемою еквівалентності розв'язків. Проілюструємо цю проблему.

Проблема розділення поля. У практиці гравірозвідки вирішальну роль відіграють задачі, у яких зовнішнє поле створюють складні розподіли мас, наприклад, n попарно неперетнутих об'ємів G_k, $k = 1, 2, \ldots, n$, або n меж розділу шарів різної густини, що попарно не перетинаються. У задачах із складними розподілами мас єдиність розв'язку оберненої задачі вірна для досить вузьких класів, тобто, за наявності великої апріорної інформації про джерела аномалій.

Теореми єдиності оберненої задачі гравірозвідки для складних розподілів мас засновані на теоремах розділення полів, які дозволяють звести розв'язок оберненої задачі за сумарним зовнішнім полем n об'єктів (рудних тіл, меж розділу шарів) до розв'язку оберненої задачі для окремих об'єктів – за полями від цих об'єктів.

Приклад 1. Нехай зовнішнє поле створюється масами з носієм у вигляді об'єднання n скінченних однозв'язних об'ємів G_k, $k = 1, 2, \ldots, n$, що попарно не перетинаються, з межами ∂G_k, що не мають попарно загальних точок. Густина мас в кожному з об'ємів G_k – обмежена.

Теорема розділення полів. *Якщо відомі зовнішні один щодо одного гладкі замкнуті кінцеві поверхні Σ_k, $k = 1, 2, \ldots, n$, строго усередині кожної з яких є одна і тільки одна компонента G_k носія мас, то за заданим сумарним зовнішнім полем (поза об'єднанням об'ємів G_k) поля компонент G_k визначаються однозначно.*

З цієї теореми легко отримати теореми для складних розподілів мас, аналогічні теоремам Новікова і Раппопорта-Сретенського – для об'ємів G_k, зірчастих щодо заданої точки, чи таких, які мають середню густину. Густина $\sigma(\xi)$ і система контактних меж, що не перетинаються, відновлюється однозначно [6].

Приклад 2. Нехай в n-шаруватому двомірному середовищі кожен з шарів G_k має постійну густину δ_k. Нехай межі розділу шарів ∂G_k – нескінченні криві з горизонтальними асимптотами $z = h_k^+$ і $z = h_k^-$ ($h_k^+ > 0$, $h_k^- > 0$) ліворуч і праворуч (рис. 1).

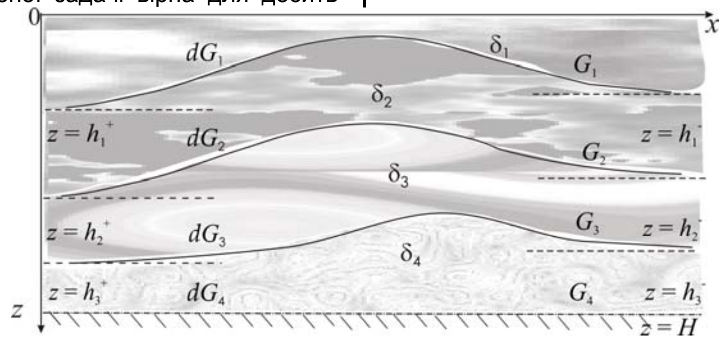


Рис. 1. Розподіл густин у декількох шаруватих джерелах аномалій

Теорема розділення полів. *Якщо кожна із меж розділу ∂G_k містить горизонтальний відрізок ∂G_k ($\xi = \mathrm{const}$, $a_k \le \xi \le b_k$), відомі проекція деякої його частини на вісь Ox $\alpha_k \le x \le \beta_k$ і прямі γ_j, які відділяють межі шарів, то за заданим зовнішнім (при $z < 0$) сумарним полем Δg з точністю до сталих визначаються поля Δg_j від окремих меж.*

Наслідок [3]. *Якщо при цьому відомі положення асимптот $z = h_j^+$ і $z = h_j^-$ і перепад густини δ_j, межі ∂G_k ($k = 1, 2, \ldots, n$) розділу шарів відновлюються за заданим сумарним полем однозначно.*

Задля відновлення контакту на основі виразу (6) запропоновано ряд ітераційних схем (16)-(18) [5]. Розв'язки легко отримати за відомого $z_0(\xi) : z_1(\xi) = z_0(\xi) + h_0(\xi)$. Зауважимо, що ці алгоритми формально співпадають на першому кроці ітерацій, оскільки $z_1 \equiv z_0$, а на наступних кроках вони – формально різні. Аналогічні схеми запропоновані і для ітераційного уточнення поведінки "асимптот" $H = const$. Власне, початкове наближення контакту можна задають як $z_0(\xi) = -H_0 + \Delta g(\xi, H_0)$ або $z_0(\xi) = -H_0 + k_0\Delta g(\xi)$, де $a \le \xi \le b$, $H_0 > 0$ – задана ста-

ла ліва "асимптота" функції $z_0 \in [a, b]$, $\Delta g(\xi) = g(\xi) - g(a)$, $\Delta g(\xi, H_0)$ – аналітично продовжене на рівні $-H_0$ значення $\Delta g(\xi)$, k_0 – шукана амплітуда ундуляцій.

Для обчислення k_0 визначена схема Чебишева [5]

$$z_{n+1} = z_n - \frac{f(z_n)}{f'(z_n)} - \frac{f''(z_n) f^2(z_n)}{2f'^3(z_n)}, \qquad (7)$$

де

$$f(z) = (1-c)\ln[(1-c)^2 + z^2] +$$
$$+ c\ln(c^2 + z^2) + 2z\,\mathrm{arctg}\frac{z}{z^2 - c\,(1-c)} -$$
$$-(1-c)\ln[(1-c)^2 + H^2] - c\ln(c^2 + H^2) -$$
$$-2H\,\mathrm{arctg}\frac{H}{H^2 - c\,(1-c)} + g. \qquad (8)$$

Зауважимо, що послідовні наближення кореня $z^{(0)}$ рівняння $f(z) = 0$ можна отримати простіше, ніж П. Л. Чебишев. А саме: якщо корінь $z^{(0)}$ розташована у вузькому інтервалі $[\alpha, \beta]$, і z_n обрано звідси ж, то з точністю до малих 3-го порядку щодо $z^{(0)} - z_n; z^{(0)}$, $z_n \in [\alpha, \beta]$ маємо:

$$0 = f(z^{(0)}) \cong f(z_n) + f'(z_n)(z^{(0)} - z_n) + \frac{f''(z_n)}{2}(z^{(0)} - z_n)^2.$$

Звідси при $f'(z_n) \neq 0$ (що вірно, бо лише для кратних коренів $f(z) = f'(z) = 0$) отримуємо

$$z^{(0)} - z_n = -\frac{f(z_n)}{f'(z_n)} - \frac{f''(z_n)}{2f'(z_n)}(z^{(0)} - z_n)^2.$$

Завдяки малості різниці $(z^{(0)} - z_n)^2$, поклавши $(z^{(0)} - z_n)^2 = \left(-\frac{f(z_n)}{f'(z_n)}\right)^2$, отримаємо $z^{(0)} - z_n = -\frac{f(z_n)}{f'(z_n)} - \frac{f''(z_n) f^2(z_n)}{2(f'(z_n))^3}$, звідки випливає вираз (7).

Зауваження 2. Величини $f(z_S) \geq 0$, $f(z_i) \leq 0$, а за значних $H > 0$ маємо $f(z_S) > 0$, $f(z_i) < 0$. Отже, корені z_B, z_H рівнянь $f(z_B, g_S) = 0, f(z_H, g_i) = 0$ дають наближення z_S і z_i знизу і зверху, що впливає на "якість" початкового наближення $z_0 = z_0(\xi)$.

Зауваження 3. Величини z_S і z_i невпевнено визначаються при великих H, особливо якщо самі z_S і z_i великі. Тому додатково, крім z_S і z_i, визначають при $\delta g = g(b) - g(a) \neq 0$, крім заданої лівої H^- і праву "асимптоту" H^+ кривої $z = z(\xi)$, тільки у виразі $f(z)$ замість g_S або g_i беруть δg для визначення H^+.

Враховуючи всі припущення попередньої статті [5] та зроблені вище, приступаємо до обчислень.

Моделювання початкових наближень. Розгляньмо схему відшукання початкового наближення для контактів, що описуються функціями (3, 4) з класів "антикліналей" $Ost^{(1,2)}_{(+)}(a, b)$ і "синкліналей" $Ost^{(1,2)}_{(-)}(a, b)$. Типовими представниками цих класів є функції типу „антикліналь" та „синкліналь", відповідно (рис. 2):

$$z(\xi) = -H + a(1-\xi)\xi, \quad 0 \leq \xi \leq 1, \qquad (9)$$
$$z(\xi) = -H - a(1-\xi)\xi, \quad 0 \leq \xi \leq 1. \qquad (10)$$

Для відшукування k_0 систему координат зручно обрати так, щоб точка екстремуму $g(x)$ була на початку координат, тобто $\underset{[c,d]}{extr}\, g(x) = g(0)$. Тоді і інтервал $[c, d]$ обирається "симетрично" щодо початку, так само як і $a = -c$, $b = c$. При цьому для моделі (9) (ліворуч на рис. 2) вірні відношення $\alpha_1 = \mathrm{arctg}\, C/H$, $H\alpha_1 < z\alpha_2$, $\alpha_1 > \alpha_2$, а для моделі (10) $\alpha_2 = \mathrm{arctg}\, C/z$, $H\alpha_1 > z\alpha_2$, $\alpha_1 < \alpha_2$.

Функція $f(z) = 2c\ln(c^2 + z^2) + 4z\,\mathrm{arctg}\frac{c}{z} - 2c\ln(c^2 + H^2) - 4H\,\mathrm{arctg}\frac{c}{H} + g$, де $g = g_S$ для антикліналі, $g = g_i$ – для синкліналі (обидва значення – зі своїми знаками). Її похідні $f'(z) = 4\,\mathrm{arctg}\frac{c}{z}$; $f''(z) = -\frac{4c}{c^2 + z^2}$. Оскільки $f(H) = g$, то для синкліналі $f(H) < 0$, для антикліналі $f(H) > 0$. В обох випадках маємо $f''(H) = -\frac{4c}{c^2 + H^2} < 0$. Тому $f(H)f''(H) > 0$ для синкліналі і $f(H)f''(H) < 0$ для антикліналі. У обох випадках для визначення z_S і z_i використовується процес (7). Спроби обійтися грубими наближеннями z_S і z_i, обчисленими не за схемою (7), успіху не мали, хоча у ряді випадків призводили до добрих результатів.

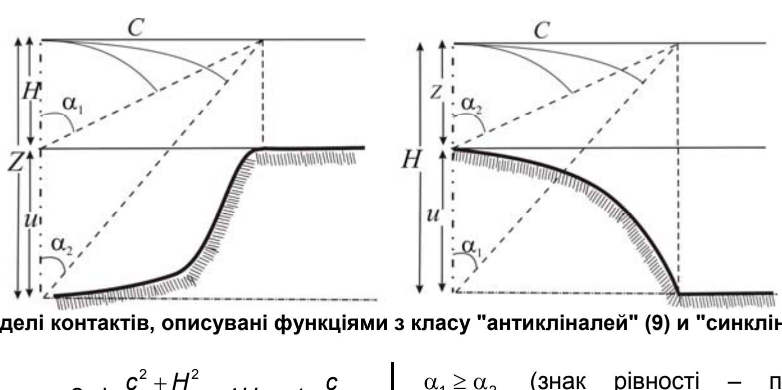


Рис. 2. Моделі контактів, описувані функціями з класу "антикліналей" (9) и "синкліналей" (10)

Так, якщо покласти $g = 2c\ln\frac{c^2 + H^2}{c^2 + z^2} + 4H\,\mathrm{arctg}\frac{c}{H} - 4z\,\mathrm{arctg}\frac{c}{z}$, то для синкліналі $z = H + u$, $H,\ z,\ u > 0$, $\alpha_1 \geq \alpha_2$ (знак рівності – при $c \to \infty$) і, отже, $4H\,\mathrm{arctg}\frac{c}{H} - 4(H+u)\,\mathrm{arctg}\frac{c}{H+u} = 4H\alpha_1 - 4(H+u)\alpha_2 \leq 0$. Тому

$$\ln\frac{c^2+H^2}{c^2+z^2} \ge \frac{g}{2c},$$

$$c^2+z^2 \le (c^2+H^2)e^{-\frac{g}{2c}}, \quad . \tag{11}$$

$$u \le \sqrt{(c^2+H^2)e^{-\frac{g}{2c}}-c^2}-H$$

Для антикліналі $z = H - u,\ H, u > 0,\ \alpha_1 \le \alpha_2$ і, отже $4H\,\mathrm{arctg}\frac{c}{H} - 4(H-u)\,\mathrm{arctg}\frac{c}{z} = 4H\alpha_1 - 4z\alpha_2 \ge 0$. Тому

$$\ln\frac{c^2+H^2}{c^2+z^2} \le \frac{g}{2c}, \quad u \le H - \sqrt{(c^2+H^2)e^{-\frac{g}{2c}}-c^2}\,. \tag{12}$$

При невеликих значеннях u (порівняно з H) можна вчинити інакше, а саме, взяти величини

$$\ln[c^2+(H+u)^2] - \ln(c^2+H^2) \approx \frac{2H}{c^2+H^2}u,$$

$$(H+u)\,\mathrm{arctg}\frac{c}{H+u} - H\,\mathrm{arctg}\frac{c}{H} \approx \left(\mathrm{arctg}\frac{c}{H} - \frac{cH}{c^2+H^2}\right)u$$

для синкліналі. Тому $g = -4\,\mathrm{arctg}\frac{c}{H}u$ і, отже,

$$u = |g| \Big/ 4\,\mathrm{arctg}\frac{c}{H}, \tag{13}$$

оскільки для синкліналі $g < 0$. Для антикліналі, хоча $g > 0$, але $z = H - u$, тому формула (13) є вірною. Зауважимо, що $f(H) = g$, $f'(H) = 4\,\mathrm{arctg}\frac{c}{H}$ і тому (13) є першим наближенням в ітераційному процесі (7).

Інший спосіб обчислень базується на визначенні різних моментів кривої $z = z(\xi)$. У простому випадку, згідно теореми Гауса $\int_{-\infty}^{\infty} g(x)dx = 2\pi m$, де m – аномальна маса, зосереджена в області, обмеженій кривими $z_1 = z(\xi)$, $z_2 = -H$, $a \le \xi \le b$, вісь oz спрямована вгору. Через це маємо

$$m = \int_a^b \sigma z(\xi)d\xi + \int_a^b \sigma H d\xi = \int_a^b (z(\xi)+H)d\xi, \quad \sigma = 1.$$

Звідси $z_S \ge \frac{m}{b-a} - H,\ z_i \le \frac{m}{b-a} - H$ або

$$z_S \ge \frac{1}{2\pi(b-a)}\int_{-\infty}^{\infty} g(x)dx - H,$$

$$z_i \ge \frac{1}{2\pi(b-a)}\int_{-\infty}^{\infty} g(x)dx - H. \tag{14}$$

У цих формулах всюди вважаємо, що $\int_{-\infty}^{\infty} g(x)dx \approx \int_c^d g(x)dx.$ Для обчислення цього інтегралу отримано відповідний вираз у квадратурах.

Висновки. Нові аналітичні конструкції (6) для обчислення багатошарових контактів при їх чисельному моделюванні (7) за способом Ньютона [5] швидше збігаються порівняно із класичними ітераціями [1]. Їхню стійкість на даних великої розмірності доцільно перевірити на польових даних.

Спроби обійтися грубими наближеннями, обчисленими не за (7), а за (11), (12), загалом, успіху не мали: збіжність на порядок менша, ніж у [1]; математично коректні результати мають сумнівний геологічний зміст.

Список використаної літератури:

1. Березин И.С., Жидков Н.П., (1960). Методы вычислений, 2.
Berezin I.S., Zhidkov N.P., (1960). Calculation metods. [Metody vychisliniy]., 2 (In Russian).
2. Булах Е.Г., (1984). Математическое обеспечение автоматизированной системы интерпретации гравитационных аномалий. Киев.
Bulakh E.G., (1984). Mathematical supply of automated system of gravity anomalies interpretation. [Matematicheskoye obespecheniye avtomatizirovannoy systemy interpretatsii gravitacionnykh anomaliy]. *Kiev* (In Russian).
3. Гласко В.Б., Страхов В.Н., (1977). Проблема единственности в некоторых обратных задачах геофизики. Проблемы матем. физики и вычисл. математики, 95–107.
Glasko V.B., Strakhov V.N., (1977). The uniqueness problem in the certain inverse problems of geophysics [Problema edinstvennosti v nekotorukh obratnykh zadachakh geofiziki]. *Problemy matematicheskoy fiziki i vychislitelnoy matematiki –Problems of mathemat. physics and calculus mathematics*, 95–107 (In Russian).
4. Дубовенко Ю.И., (2011). Об определении погрешностей гравиметрических трансформаций. Геофиз. журнал, 1, 136–146.
Dubovenko Yu.I., (2011). On the definition of errors of gravity transformations [Ob opredelenii pogreshnostey gravimetricheskikh transformatsiy]. *Geofizicheskiy jurnal – Geophysical Journal*, 1, 136–146 (In Russian).
5. Дубовенко Ю.І., (2012). Початкове наближення для обчислення складного щільнісного контакту. Вісник Київського університету. Геологія, 59, 61–65.
Dubovenko Yu.I., (2012). Initial approximation for the calculation of complex density interface [Pochatkove nablyzhennya dlya obchyslennya skladnogo schilnishogo kontaktu]. *Visnyk Kyyivskogo universytetu. Geologiya*, 59, 61–65 (In Ukrainian).
6. Филатов В.Г., (1974). О единственности решения некоторых обратных задач гравиразведки. Физика Земли, 11, 97–101.
Filatov V.G., (1974). On the uniqueness of the solution of some inverse gravity problems [O edinstvennosti resheniya nekotorykh obratnykh zadach gravirazvedki]. *Fizika Zemli – Physics of Solid Earth*, 11, 97–101 (In Russian).
7. Черный А.В., (1982). Описание гравитационных аномалий. Докл. АН УССР, 4, 18–21.
Chornyi A.V., (1982). Characterization of gravity anomalies [Opisanie gravitatsionykh anomaliy]. *Doklady AN USSR –Reports of AN USSR*, 4, 18–21 (In Russian).
8. Чорний А.В., Дубовенко Ю.І., (2002). Дослідження оберненої задачі потенціалу для контактної поверхні. Геофиз. журнал, 3, 77–92.
Chornyi A.V., Dubovenko Yu.I., (2002). Investigation of the inverse potential problem for the contact surface [Doslidzhennya obernenoyi zadachi potentsialu dlya kontaktnoyi poverchni]. *Geofizicheskiy jurnal – Geophysical Journal*, 3, 77–92 (In Ukrainian).
9. Якимчик А.И., (2009). К вопросу о построении региональных аналитических аппроксимаций элементов аномальных гравитационных полей. Геофиз. журнал, 1, 121–124.
Yakimchik A.I., (2009). To the matter of building regional analytic approximations of elements of anomalous gravity field [K voprosu o postroenii regionalnykh analiticheskikh approksimatsiy elementov anomalnykh gravitatsionnykh poley]. *Geofizicheskiy jurnal – Geophysical Journal*, 1, 121–124 (In Russian).

Надійшла до редколегії 08.06.13

Yu. Dubovenko, Cand. Sci. (Phys.-Math.), Senior Sci.
E-mail: nemishayeve@ukr.net
Subbotin Institute of Geophysics, NAS of Ukraine
Apt. 304; 32, Palladin Ave., Kyiv-142, Ukraine

UNIQUNESS OF APPROXIMATION CALCULATIONS FOR MULTILAYERED DENSITY INTERFACES

The goals of the paper are to obtain mathematical constructions for geological objects, such as synclines and anticlines; to substantiate the uniqueness of the inverse problem when renovating analytical models for the horizontally layered geological media with several density interfaces in contact surfaces predefined by Chorniy; and to try the techniques developed for their iterative calculation.

A combination of these two models develops a new and more accurate approach to gravimetric inverse problems for the contact interface. This becomes necessary to improve standard fit procedures when solving inverse problems in gravity and magnetic fields.

The inverse problem of the density interface in the horizontally layered geological media with several density interfaces is confined to the solution of the nonlinear integral equation that describes the contact surface restricted by the given constant asymptotes within the planar region.

Still, this makes computation more complicated because of the problem of equivalency solutions.

Two field separation theorems are proposed for this model – one for several 1-connected volumes and another one for the non-crossed layers. The theorems of uniqueness are built on the theorems of field separation enabling the solution of the inverse problem by the summary external

gravity field of n objects (ore bodies, layer interfaces etc.) through the solution of the inverse problem for separate objects – by the appropriate field values from these geological objects.

The numerical schemes for the definition of the initial approximation of the density interface in the multilayered geological media are stated. These algorithms formally coincide within the first iteration. There are also proposed analogical techniques based of the Chebyshev iteration construction for the iterative specification of the behavior of the contact asymptotes.

There were modeled synthetic initial approximations of synclines and anticlines by these algorithms. An alternative calculus method for it is pointed out, which is based upon the definition of the different moments of the interface curves. For the integral calculation there is obtained an appropriate expression in the finite quadratures.

Modeling data show that new analytical constructions for the calculation of the multilayered contact interfaces within their Newtonian numerical approximation converge more quickly in comparison with classic techniques for the contact definition. Their invariability for the big dimension field data should be tested on the real measurements. No attempts to apply rough approximations were successful: convergence was considerably less than in previous cases, and, besides, there was a rather ambiguous geological maintenance.

Key words: potential theory, analytical model, contact problem, classes of density interfaces, gravity fields separation, modeling.

Ю. Дубовенко, канд. физ.-мат. наук, ст. науч. сотрудник, nemishayeve@ukr.net
Институт геофизики им. С.И. Субботина НАН Украины,
к. 304, пр. Палладина, 32, Киев-142, Украина

ОБ ОДНОЗНАЧНОСТИ ВЫЧИСЛЕНИЯ ПРИБЛИЖЕНИЙ МНОГОСЛОИСТЫХ ПЛОТНОСТНЫХ КОНТАКТОВ

Цель статьи – получить математические конструкции для геологических объектов типа синклиналей и антиклиналей, обосновать единственность обратной задачи восстановления аналитических моделей горизонтально-слоистой геологической среды с несколькими плотностными границами раздела для этих конструкций в наперед определенном классе Черного контактных поверхностей и апробировать разработанную методику для их итерационного вычисления. Совокупность этих двух моделей образует новую уточненную постановку обратной задачи гравиметрии для контактной поверхности. Это необходимо для улучшения известных процедур подбора в решении обратных задач гравитационных и магнитных полей.

Обратная задача определения контакта в горизонтально-слоистой среде с несколькими плотностными границами сведена к решению нелинейного интегрального уравнения, которое описывает контакт, ограниченный заданными постоянными асимптотами в плоской области. Однако в подобной постановке практика вычислений усложняется проблемой эквивалентности решений.

Для этой модели приведены две теоремы разделения полей – для случая нескольких односвязных объемов и для случая нескольких непересекающихся слоев. Теоремы единственности основаны на теоремах разделения полей, которые позволяют свести решение обратной задачи по суммарному внешнему полю n объектов (рудных тел, границ раздела слоев) к решению обратной задачи для отдельных объектов – по значениям полей от этих объектов.

Указаны численные схемы для определения начального приближения плотностного контакта в многослоистой геологической среде. Эти алгоритмы формально совпадают на первом шаге итераций. Аналогичные схемы на основе итерационной конструкции Чебышева предложены и для итерационного уточнения поведения "асимптот" контакта.

Осуществлено моделирование синтезированных начальных приближений "антиклиналей" и "синклиналей" по этим алгоритмам. Указан альтернативный способ вычислений, который базируется на определении различных моментов кривой контакту. Для вычисления интеграла получено соответствующее выражение в конечных квадратурах.

По результатам моделирования выявлено, что новые аналитические конструкции для вычисления многослоистых контактов при их численном моделировании способом Ньютона скорее сходятся в сравнении с классическими методами вычислений контакта. Их устойчивость на данных большой размерности целесообразно проверить на полевых данных. Попытки обойтись грубыми приближениями успеха не имели: сходимость на порядок меньше и довольно сомнительное геологическое содержание.

Ключевые слова: теория потенциала, аналитическая модель, контактная задача, классы контактных поверхностей, разделение гравитационных полей, моделирование.

УДК (528.8.04:551.243):001.8

О. Азімов, д-р геол. наук, ст. наук. співроб., пров. наук. співроб.
E-mail: azimov@casre.kiev.ua
Науковий Центр аерокосмічних досліджень Землі
Інституту геологічних наук Національної Академії Наук України,
вул. Олеся Гончара, 55-б, м. Київ, МСП, 01601 Україна

ОСНОВНІ МЕТОДОЛОГІЧНІ ПРИНЦИПИ ДОСЛІДЖЕННЯ ОСОБЛИВОСТЕЙ БУДОВИ ЗЕМНОЇ КОРИ ДИСТАНЦІЙНИМИ ТЕХНОЛОГІЯМИ

Рекомендовано членом редакційної колегії д-ром геол.-мінералог. наук, проф. В.В. Шевчуком)

У статті з феноменологічних позицій концептуально охарактеризовано п'ять основних (або фундаментальних) принципів, на яких базується методологія дослідження особливостей будови земної кори на підставі використання дистанційних аерокосмічних технологій. Головний (перший) принцип стосується усвідомлення процесу одночасної взаємодії (параґенезу) фізичних сил протилежного спрямування. Це сили притягання і відмінні від них сили відштовхування.

Другий принцип полягає у визначенні двох груп геологічних рушійних сил (внутрішніх і зовнішніх) у виникненні та розвитку структур літосфери. Третій принцип застосування матеріалів аерокосмічних зйомок у геологічних цілях базується на позиціях існування в літосфері поряд з пластичними (квазіпластичними) – крихких (квазікрихких) деформацій гірських порід. Четвертий принцип стверджує існування активних процесів перманентно-перервного енергомасообміну в природних геосистемах планети, як проявів особливостей існування і форм руху матерії.

П'ятий принцип констатує, що специфічні сучасні ландшафти та притаманні їм аномалії, будучи геоіндикаторами внутрішньої структури геологічного субстрату і пов'язаних з ним енергомасообмінних процесів, диференціюються за спектральними характеристиками відбитого, розсіяного, поглинутого й емітерного електромагнітного випромінювання в різних діапазонах хвиль. Як наслідок, вони розрізнюються за цими характеристиками, а також можуть бути відображеними і розпізнаними на даних дистанційних аерокосмічних знімань.

Ключові слова: методологія, земна кора, геологічні рушійні сили, дистанційне зондування Землі, ландшафтні геоіндикатори.

Мета та задача статті. Дистанційні знімки Землі з літальних космічних або повітряних апаратів є важливим джерелом даних при вивченні блокової будови її кристалічної основи та осадової товщі, уточненні розташування кільцевих структур, прогнозі нафтогазо- і рудоперспективних об'єктів і просторового розподілу їхніх проявів і родовищ, дослідженні геодинаміки та моніторингу сучасних екзогенних процесів тощо [1; 5; 6; 11; 12; 14 та ін.]. Використання даних дистанційного зондування Землі (ДЗЗ) у геологічних дослідженнях аргументується низкою їхніх позитивних якостей, важливими з них є: актуальність, оперативність отримання, об'єктивність у відображенні об'єктів і процесів, велика оглядовість, інтегруюча здатність (природна генералізація), своєрідна "рентгеноскопічність", повторюваність, можливість отримання дистанційних